

眼の遠近順応に関する新理論について

明治鍼灸大学 物理学教室

森本 安夫

要旨：人間の眼の遠近順応は生理学の教科書においては Helmholtz 説、即ち水晶体の変形によって統一的に説明がなされている。然るに近年水晶体に損傷を受けた患者にガラスのレンズを埋め込んだ場合にも順応がみられることが明らかになった。この“準”順応現象は Helmholtz 流の説明では理解できない。ガラスのレンズは変形しないからである。これを克服する途は Kepler の提出した機構、レンズの移動、を復活させることである。最近これらの事情を純粹に幾何光学的理論で説明する論文が日本の物理学会論文誌に発表された。然しその内容は極めて複雑で、レンズの設計等にかかわる専門家でなければとても理解できる代物ではない。本解説はそのような専門家以外の人々、例えば医学の分野の人々にとっての理解の便を供することを目標とした。

New Theory on Accommodation in Human Eye

MORIMOTO Yasuo

Department of Physics, Meiji College of Oriental Medicine

Summary: Accommodation in human eye is usually explained by the Helmholtz theory, deformation of crystalline lens, in the standard textbooks of physiology. Recently, however, it has been found that the accommodation was realized even in the eye with implanted glass lens forced by damage of crystalline lens. This phenomenon called as pseudoaccommodation can not be explained by the Helmholtz theory, because the glass lens can not be deformed. In 1990 the article was published which explained the pseudoaccommodation by Kepler theory, the translational movement of crystalline lens. The theory is quite interesting, however the expression is quite complicated. Only the professional persons concerning the geometrical optics such as designers of lens may understand it easily. This commentary is designed for the help of understanding of the new theory on accommodation to the persons in the medical field.

Key Words : 遠近順応 Accommodation, 準遠近順応 Pseudoaccommodation, ヘルムホルツ項 Helmholtz term, ケプラー項 Kepler term.

I 序 論

[本解説は文献1)を詳細に解説するものである。]

眼の遠近順応に関する研究の歴史はずいぶん古い。残念ながら著者は眼科の専門ではなく、歴史的な事実については詳しくないので、文献1)からの受け売りをさせて頂く。なおそこに登場する古い文献についてはもう捜しようがないので文献1)のref.欄を見て頂くことで御許しを請うことにする。最初の説はかの有名なJ. Keplerによるもので、1611年に提案された。水晶体の眼球内での光軸方向への移動によるとした。残念なことにレンズ計算にミスがあったらしく、所要の順応力²⁾を説明するには1 cm程度の移動が必要であると指摘され、非現実的として認知されなかった(らしい)。他には1697年J. C. Strum, 1794年D. Hosack等による眼球そのものの変形、あるいは1795年E. Homeによる角膜の変形による説等が提案されている。しかしこれらは各れも、1801年T. Youngの研究によってすべて否定された。現代の説に引き続くものとしては、1677年にR. Descartesが提案し、1795年にW. Porterfieldが補強した水晶体の変形によるとする説がある。1855年H. HelmholtzはPurkinje-Sanson像²⁾を解析し、model eyeを構成し、その研究からはば現在の遠近順応の理論をつくりあげた。その後多少の精密化はあるものの、本質的にはHelmholtz説が生理学の教科書に解説されている。

ところが最近ややこしいことが分ってきた。“準”遠近順応³⁾という問題である。水晶体に損傷を受けた患者にはガラスのレンズを埋め込む手術が行われる。当然これは変形し得ないので、Helmholtz説では順応は起こり得ない。ところが順応力は劣るが結構いろんな距離の物をみることができ、ということが明らかになった。これを説明するのに過去に否定されたKepler流の水晶体の移動による順応という考え方を復活させたのが文献1)である。

文献1)は眼のモデルを純粹に幾何光学的に、ひたすら計算したものである。本解説はその計算

過程を含めて詳細に説明するものである。その必要があるのだろうかという疑問に対して以下のような答えを用意した。まずそこで展開されるのは幾何光学の理論である。残念なことに現在の高校の物理の教科書⁴⁾において幾何光学の分野は省略されており、高校で物理を履修した者にとってもとつき難い分野である。レンズの設計等に関わる専門家ならとにかく、普通の人にとってはある程度の解説がなければ読み切るのは困難であろう。次にそこで展開される計算は原理的には難しいものではないが、“elementary but tedious”と形容されるような複雑さをもっている。このような理論では、ある程度式の導出が分からなければ定性的な理解も覚束無いのが普通である。その過程を充分にかみくだいていくつもりである。最後にモデルの説明図の問題がある。これは複雑極まりなく、一見して納得できるものではない。本解説ではそれをいくつかの段階に分けて説明し、理解を容易たらしめることにした。以上が本解説を著した理由である。その意味は読み進んでゆけばおいおい納得して頂けることと思う。

II 問題の設定

図1を見て頂きたい。文献1)の設定する眼の光学系である。これを見てすんなり了解できる人は極く少数、光学関係の専門家の人々くらいなのだろう。これを段階に応じて分解してゆこう。図2は模型眼の全体像を示す。光軸を x 軸とし、角膜 S_0 から網膜 S へ向かってとる。原点 O を水晶体の中心にとる。外界の物点を P とし O からの距離を P とする。水晶体前面を S_1 、後面を S_2 また網膜を S とする。 S_0 より左は外界(空気、屈折率は1)、 S_0S_1 間は角膜と前眼房をコミにしたもので屈折率は n_0 とする。勿論これは簡単化の為の近似である。 S_1S_2 間は水晶体で屈折率は n としてある。 S_2S 間は硝子体で屈折率は n' とする。水晶体の屈折率は一樣ではないが、これを考えると幾何光学の範囲を越えるので一様とした。これらの近似は大勢には影響を与えない。Pから出た光は S_0 上の点 A_0 、 S_1 上の A_1 及び S_2 上の A_2 で各々

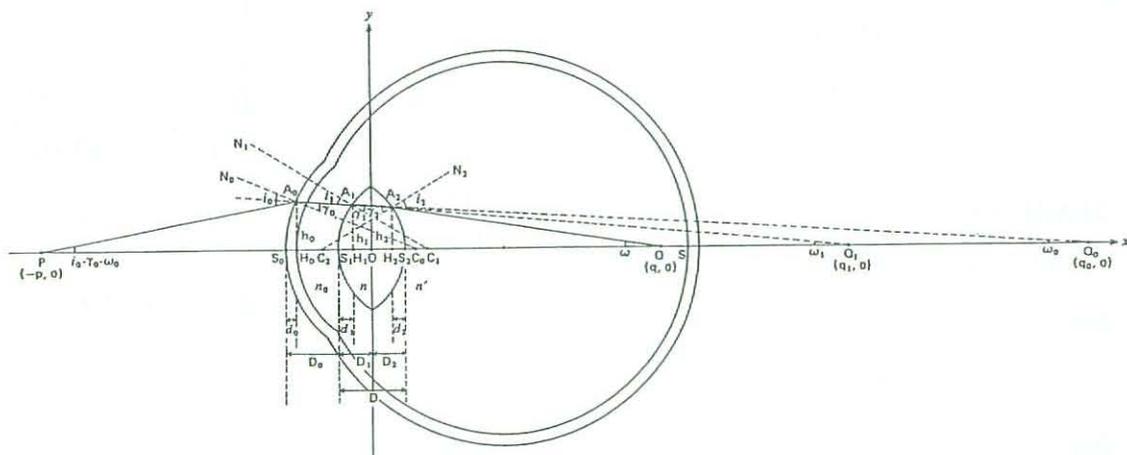


図1 文献1)の図3より引用. model eyeの光学系の説明図. その複雑さがよく分かる.

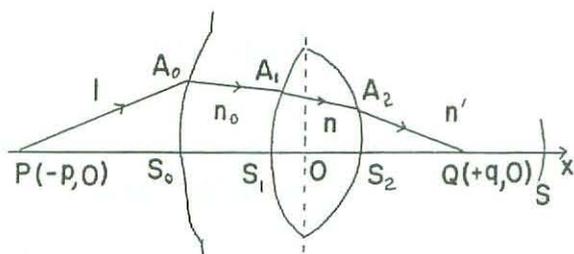


図2 model eyeの全体像. 可能な限り簡単にした. 各部の説明, 記号等については本文を参照のこと.

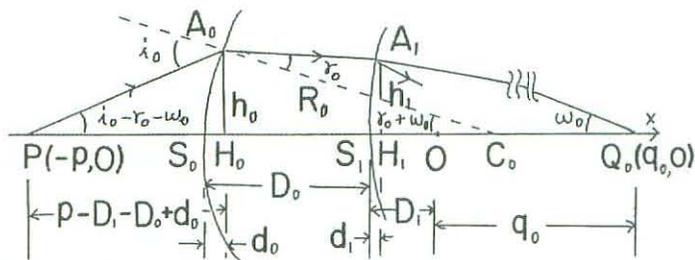


図3. 第1屈折面, 角膜での屈折の様子.

屈折し, 光軸上の点Q (Oからの距離q) で結像する. 勿論Pを認識するにはQはSと一致しなければならない.

いよいよ各屈折面での角度, 距離関係を求めよう. 図3は角膜上での屈折を示す. 距離を定義しておく. ここで S_0 は角膜の面を表すと同時にその面とX軸との交点をも表すことにする. その他のSについても同様. $\overline{S_0S_1} = D_0$ は角膜と水晶体前面間の距離, $\overline{OS_1} = D_1$ は水晶体前面と中心間距離である. ここで S_0 は半径 R_0 の球面としその中心を C_0 とする. A_0 は光軸より h_0 の距離にあり, そのx軸上の位置を H_0 とする. $\overline{S_0H_0} = d_0$ である. 同じく A_1 は光軸より h_1 の距離にありx軸上の点を H_1 とする. 角度は次のように定める. S_0 への入射角, 屈折角を各々 i_0, r_0 とする. A_1 で再び屈折を受けるが, 今 $\overline{A_0A_1}$ を延長してx軸と交わる点を Q_0 とし, Oからの距離を q_0 , x軸となす角度を ω_0 とする. 説明よりも図3を見た方がはつきりするだろう. この図3より次のような関

係の成立することが分かる。

$S_0(A_0)$ でのスネルの法則⁵⁾より、

$$\sin i_0 = n_0 \sin \gamma_0, \quad (1)$$

$$\Delta C_0 A_0 H_0 \text{ より } \sin(\gamma_0 + \omega_0) = \frac{h_0}{R_0}, \quad (2)$$

$\Delta P A_0 H_0$ より

$$\tan(i_0 - \gamma_0 - \omega_0) = \frac{h_0}{p - D_1 - D_0 + d_0}, \quad (3)$$

$\Delta Q_0 A_0 H_0$ より

$$\tan \omega_0 = \frac{h_0}{q_0 + D_1 + D_0 - d_0}, \quad (4)$$

$$\Delta Q_0 A_1 H_1 \text{ より } = \frac{h_1}{q_0 + D_1 - d_1}. \quad (5)$$

なお式の番号は文献1)に従ってつけるので順番通りには出てこないことがあるので注意されたい。次に図4で S_1 での様子を見よう。 S_1 は半径 R_1 の球面と考えその中心を C_1 とする。 A_1 で屈折した光(入射角 i_1 , 屈折角 γ_1)は S_2 上の A_2 に達する。 $\overline{OS_2} = D_2$ とする。また A_2 は光軸から h_2 の高さにあり、 x 軸上の位置を H_2 とする。 $\overline{S_2 H_2} = d_2$ とする。 $A_1 A_2$ を延長した線が x 軸と交わる点を Q_1 、 O からの距離を q_1 とし、なす角度を ω_1 とする。図4より先程と同様に次の関係が得られる。

$$\text{スネルの法則}(A_1) \quad n_0 \sin i_1 = n \sin \gamma_1, \quad (6)$$

$$\Delta C_1 A_1 H_1 \text{ より } \sin(\gamma_1 + \omega_1) = \frac{h_1}{R_1}, \quad (7)$$

$$\Delta Q_0 A_1 Q_1 \text{ より } \omega_1 = \omega_0 + i_1 - \gamma_1, \quad (8)$$

$$\Delta C_1 A_1 H_1 \text{ より } \tan \omega_1 = \frac{h_1}{q_1 + D_1 - d_1}. \quad (9)$$

$$\Delta C_1 A_2 H_2 \text{ より } = \frac{h_2}{q_1 - D_2 + d_2}. \quad (10)$$

さてこれが最後の式となる。図5で S_2 での屈折をみてみよう。 S_2 は半径 R_2 の球面で中心を C_2 とする。 A_2 での入射角、屈折角を各々 γ_2 , i_2 とする。但し $n > n'$ なので、 i , γ の取り方を逆にしているので注意。屈折光が x 軸と交わる点を Q とし、 O からの距離を q とする。 x 軸と角度 ω で交

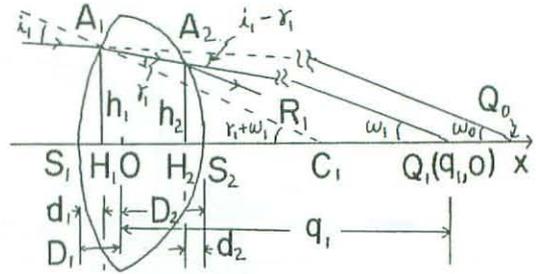


図4 第2屈折面、水晶体前面での屈折の様子。

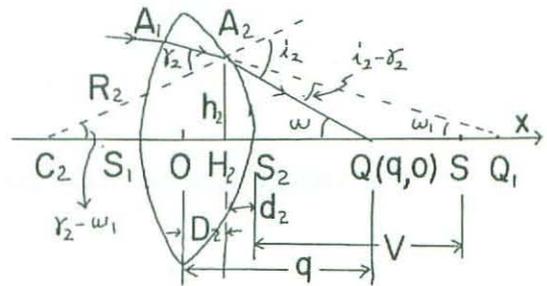


図5 第3屈折面、水晶体後面での屈折の様子。

わるとする。参考のため網膜 S を記入しておいた。 $\overline{S_2 S} = V$ とする。ここでの諸関係を求めよう。

$$\text{スネルの法則}(A_2) \quad n \sin \gamma_2 = n' \sin i_2, \quad (11)$$

$$\Delta C_2 A_2 H_2 \text{ より } \sin(\gamma_2 - \omega_1) = \frac{h_2}{R_2}, \quad (12)$$

$$\Delta A_2 Q_1 Q \text{ より } \omega = i_2 - \gamma_2 + \omega_1, \quad (13)$$

$$\Delta A_2 H_2 Q \text{ より } \tan \omega = \frac{h_2}{q - D_2 + d_2}. \quad (14)$$

以上(1)から(14)が必要な式の全てである。以降行うことは Q の位置 q を上式より、パラメータ、 $i_0 \sim i_2$, $\gamma_0 \sim \gamma_2$, ω_0, ω_1 , ω を消去して、 p , $D_0 \sim D_2$, h_0 , $R_0 \sim R_2$, n_0 , n , n' の関数として求めることである。その後 Q と S を一致、即ち $q = V + D_2$ とし、非順応、順応状態でのパラメータから順応力を求めればよい。幸い上式は個々には非常に単純で以上のことを行うのに原理的な困難は

何もない。しかしながら“原理的”にということ、実際にということは全く異なる。上記のことを厳密にやるには計算に堪能の人でも1年かかっても難しかろう。嘘だと思えば、計算に着手してみればすぐ分かる。そこで適当な近似を用いざるを得ない。それが近軸近似あるいはガウス光線近似⁵⁾とよばれるもので、要するに $i_0 \rightarrow 0$ とすることである。これによって $h_0 \sim h_2 \rightarrow 0$, $d_0 \sim d_2 \rightarrow 0$ となる。更に重要なことは、 $\sin \theta, \tan \theta \simeq \theta$ ($\theta \ll 1$)なる近似を使えることである。これによって系は線形性を取り戻し何とか解析可能となる。文献1)はこの計算をAppendixでサラリとやっているが、素人にとってはこれが理解を阻む厚い壁になる。本当に理解したという感触を得るには、式的理解が不可欠である。次節において、その詳細をたどってみよう。

Ⅲ 計算の詳細と順応力の定式化

計算の方針は各量を h_0 で表して行くことである。その前に $d_0 \sim d_2$ は h_0 より高次の微量なので前以って0にしておこう。このことは図6において $d = R - R \cos \theta$, $\sin \theta = h/R$ で $\theta \ll 1$ (近軸光線近似) なら $\theta \sim h/R$, $d \simeq R(1 - 1 + \theta^2/2) = h^2/2R$ であり、 $R \sim 1 \text{ cm}$, $h \sim 1 \text{ mm}$ であるなら $d \sim 0.5 \text{ mm}$ となるから納得できるであろう。文献1)ではこれらを厳密に求めているが最終段階ではこうしているので、本解説のようにしても問題はない。まず(2)より $\gamma_0 + \omega_0 \sim h_0 /$

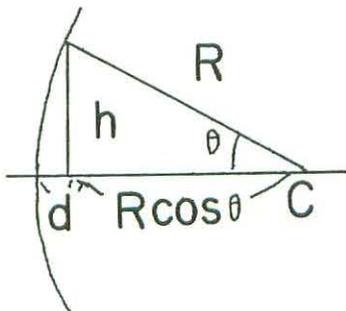


図6 d_i が h_i に比べて高次の微量であることの説明 $i = 0, 1, 2$.

R_0 である。これを(3)へ代入して、

$$i_0 \simeq \frac{h_0}{p - D_1 - D_0} + \gamma_0 + \omega_0 \simeq h_0 \left[\frac{1}{R_0} + \frac{1}{p - D_1 - D_0} \right]. \quad (A \cdot 1)$$

ここで(A・1)という妙な式番号が出てきたのは文献1)と合わせるためである。念の為、(1)は $\gamma_0 \sim i_0 / n_0$ を与えるので(2)へ代入すれば、(A・1)を用いて、

$$\begin{aligned} \omega_0 &\simeq \frac{h_0}{R_0} - \gamma_0 \simeq \frac{h_0}{R_0} - \frac{i_0}{n_0} \\ &= h_0 \left\{ \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \frac{1}{R_0} - \frac{1}{n_0} \frac{1}{p - D_1 - D_0} \right\}. \end{aligned} \quad (A \cdot 3)$$

この量は以後頻繁に出てくるので、 $\omega_0 = h_0 K$ と置く。Kの定義は(A・3)より明らかであろう。(4)は $\omega_0 \simeq h_0 / (q_0 + D_1 + D_0)$ となるので、(A・3)を用いれば次式を得る。

$$q_0 + D_1 + D_0 \simeq \frac{h_0}{\omega_0} = \frac{1}{K}. \quad (A \cdot 5)$$

一方(5)は $\omega_0 \simeq h_0 / (q_0 + D_1)$ を与える。 $q_0 + D_1 = (q_0 + D_1 + D_0) - D_0 = 1/K - D_0$ (\because (A・5))であるから、(5)は h_1 を次のように定める。

$$\begin{aligned} h_1 &\simeq \omega_0 (q_0 + D_1) = h_0 K \left(\frac{1}{K} - D_0 \right) \\ &= h_0 [1 - K D_0]. \end{aligned} \quad (A \cdot 6)$$

(7)より $\gamma_1 + \omega_1 \simeq h_1 / R_1$, また(8)より $\gamma_1 + \omega_1 = i_1 + \omega_0$ であるから、

$$\begin{aligned} i_1 &\simeq \frac{h_1}{R_1} - \omega_0 = \frac{h_0}{R_1} [1 - K D_0] - h_0 K \\ &= h_0 \left[\frac{1}{R_1} - K \left(1 + \frac{D_0}{R_1}\right) \right]. \end{aligned} \quad (A \cdot 7)$$

(6)より $n_0 i_1 \simeq n \gamma_1$, 即ち $\gamma_1 \simeq (n_0 / n) i_1$. 再び(8)の戻り(A・6, 7)及び今の関係を用いれば、

$$\omega_1 = i_1 - \gamma_1 + \omega_0 \simeq \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) i_1 + h_0 K$$

$$\begin{aligned} &\simeq h_0 \left[\left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{1}{R_1} - K \left(1 + \frac{D_0}{R_1}\right) \right] + h_0 K \\ &\equiv h_0 P. \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 9)$$

Pは勿論(A・9)より次のように定義される。

$$\begin{aligned} P &= \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{1}{R_1} \\ &\quad + K \left[\frac{n_0}{n} - \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{D_0}{R_1} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 10)$$

次へ進もう。(9)は $\omega_1 \simeq h_1 / (q_1 + D_1)$ であるから、(A・6)を用いて、

$$q_1 + D_1 \simeq \frac{h_1}{\omega_1} = \frac{1 - KD_0}{P} \equiv \frac{Q}{P}. \quad (\text{A}\cdot 11)$$

勿論 $Q = 1 - KD_0$ である。(10)は $\omega_1 \simeq h_2 / (q_1 - D_2)$ 、また(A・11)より $q_1 - D_2 = Q / P - D_1 - D_2$ なので、

$$\begin{aligned} h_2 &\simeq \omega_1 (q_1 - D_2) \\ &= h_0 [Q - (D_1 + D_2)P]. \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 13)$$

ここで新たに $D_1 + D_2 = D$ なるパラメータを定義する。これは水晶体の厚さである。(12)からは γ_2 が(A・9, 13)を用いて次のように求まる。

$$\begin{aligned} \gamma_2 &\simeq \omega_1 + \frac{h_2}{R_2} \simeq h_0 P + \frac{h_2}{R_2} (Q - PD) \\ &= h_0 \left[P + \frac{Q - PD}{R_2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 14)$$

(11)は $i_2 \sim (n/n')$ γ_2 を与えるので(13)へ代入すると、(A・9, 14)を用いて、

$$\begin{aligned} \omega &= i_2 - \gamma_2 + \omega_1 \simeq \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \gamma_2 + \omega_1 \\ &= \left(\frac{n}{n'} - 1\right) h_0 \left[P + \frac{Q - PD}{R_2} \right] + h_0 P \\ &= h_0 \left\{ \frac{n}{n'} P + \frac{1}{R_2} \left(\frac{n}{n'} - 1\right) [Q - DP] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 16)$$

さていよいよ最終結論に導かれた。(14)へ(A・13, 16)を代入することにより、

$$\begin{aligned} q - D_2 &\simeq \frac{h_2}{\omega} \\ &= \frac{Q - DP}{\frac{n}{n'} P + \left(\frac{n}{n'} - 1\right) [Q - DP] \frac{1}{R_2}} \end{aligned} \quad (15)$$

これが求めるべき結果である。ずいぶん簡単になった“ように”見える。更に進もう。(15)の分子を詳しく書くと、

$$\begin{aligned} Q - DP &= 1 - KD_0 - DP \\ &= 1 - \left\{ \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \frac{1}{R_0} - \frac{1}{n_0} \frac{1}{p - D_1 - D_0} \right\} D_0 \\ &\quad - D \left[\left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{1}{R_0} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \frac{1}{R_0} - \frac{1}{n_0} \frac{1}{p - D_1 - D_0} \right\} \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ \frac{n_0}{n} - \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{D_0}{R_1} \right\} \right], \end{aligned}$$

である。この中に $p - D_1 - D_0$ という距離が出てくる。図3をみれば分かるように、これは角膜と物点の距離である。そこで順応状態でのパラメータを入れ、像が網膜上にあるようにすると、これが近点の距離を与える。この逆数が順応力に相当する。但し簡単のため遠点は ∞ としておく。そこで以下のようにおいて、これを順応力と呼ぶ。

$$Y(p) = \frac{1}{p - D_1 - D_0}. \quad (21)$$

さて上式で $Y(p)$ を含む項と含まない項に分けて次のように表す。 $Q - DP = M + NY(p)$ 。M, Nは丹念(!!)に計算すれば求まる。以下のようになる。

$$\begin{aligned} M &= 1 - \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{D}{R_1} - \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \\ &\quad \times \left[1 + \frac{n_0}{n} \frac{D}{D_0} - \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{D_0}{R_1} \right] \frac{D_0}{R_0}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$N = D \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{n_0} \frac{D_0}{D} - \left(\frac{1}{n_0} - \frac{1}{n}\right) \frac{D_0}{R_1} \right], \quad (23)$$

これはまだたいしたことはない。同様に(15)の分母を $M' - N'Y(p)$ としてみよう。これも同じく

丹念に計算すれば求まる。以下にそれを書いてみよう。

$$M' = \frac{1}{R_1} \left[\frac{n}{n'} \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) + \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \frac{R_1}{R_2} + \frac{n_0}{n'} \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \frac{R_1}{R_0} - \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \times \left(\frac{n}{n'} - \frac{n_0}{n'}\right) \frac{D_0}{R_0} - \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \times \frac{D_0 R_1}{R_0 R_2} - \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{D}{R_2} - \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n}\right) (n_0 - 1) \frac{D_0 R_1}{R_0 R_2} + \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \left(1 - \frac{n_0}{n}\right) \frac{D_0 D}{R_0 R_2} \right]. \quad (24)$$

$$N' = \frac{1}{n'} - \frac{1}{n'} \left(\frac{n}{n_0} - 1\right) \frac{D_0}{R_1} - \frac{1}{n_0} \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \frac{D_0}{R_2} - \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n}\right) \frac{D}{R_2} + \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \left(\frac{1}{n_0} - \frac{1}{n}\right) \frac{D_0 D}{R_1 R_2}. \quad (25)$$

計算の複雑さが実感頂けたらうか。このあたりが理論を理解することの一つの壁のようなものなのだろう。(15)をもう少し扱い易い形にしておこう。即ち、

$$q = D_2 + \frac{M + NY(p)}{M' - N'Y(p)} = D_2 + \frac{M}{M'} \frac{1 + \frac{N}{M} Y(p)}{1 - \frac{N'}{M'} Y(p)} = D_2 + A \frac{1 + aY(p)}{1 - bY(p)}. \quad (26)$$

勿論

$$A = \frac{M}{M'}, \quad a = \frac{N}{M'}, \quad b = \frac{N'}{M'}, \quad (27)$$

と定義してある。次節において(26)を如何に料理してゆくかを述べよう。

IV 遠近順応の理論

網膜S上に結像する場合を考えよう。図5から

分かるように $q = V + D_2$ でなければならない。従って(26)より、

$$V = A \frac{1 + aY(p)}{1 - bY(p)}. \quad (29)$$

話を簡単にするため非順応状態では $p = \infty$ の像がS上にある、即ち遠点は無限遠とする。 $Y(\infty) = 0$ 。そこでの値を A_∞ , V_∞ とすると、(29)より $V_\infty = A_\infty$ である。(29)とこの式との差をとると、

$$V - V_\infty = A \frac{1 + aY(p)}{1 - bY(p)} - A_\infty,$$

ここで $\Delta V = V - V_\infty$, $\Delta A = A - A_\infty$, 且つ $\Delta = \Delta V - \Delta A$ なる量を定義すると上式は次のように変形できる。

$$Y(p) = \frac{\Delta}{A(a+b) + b\Delta}. \quad (31)$$

これが待望の順応力の表式である。(31)の右辺は各種のパラメータを含んでいる。これらが順応によって変化することになる。これからの議論の主眼はこれらの変化をどう設定するかにある。Helmholtz流では R_0 , R_1 , R_2 , D_1 , 及び D_2 が、Kepler流では D_0 と $V + D_2 (= OS)$ の変動を仮定している。しかしながら余りにも変数が多過ぎる。実験的に確認されている諸事実からこれらを減らすことを考えよう。当然のことではあるが屈折率 n_0 , n , n' は順応では変化しない。また Purkinje-Sanson 像の研究から角膜の半径は順応において変化しないことが知られている。即ち $\Delta R_0 = 0$ 。次に眼球の大きさ ($= S_0 S$) そのものも順応によって変化しないことが分かっている。従って、

$$D_0 + D_1 + D_2 + V = D_0 + D + V = D_0 + D_1 + OS = \text{一定}. \quad (34)$$

これによって独立なパラメータが一つ減る。 ΔV には水晶体の中心の変動 (Kepler 項) と水晶体の変形 (Helmholtz 項) による D_2 の変動との和になっていて都合が悪い。ところが $OS = V + D_2$ (図5をみよ) なので $\Delta V = \Delta OS - \Delta D_2$ となり、

うまいこと上記2項を別々にとりだせる。勿論 ΔOS がKepler項となる。 ΔA を考えよう。 A を記述するパラメータは10個あるが変動するのは6個しかない(上述)。しかも(34)の関係があるので独立なのは5個である。更に $D=D_1+D_2$ (=水晶体の厚さ)であるから、仮想的に4個独立と考える。それらを R_1, R_2, D, D_0 にとる。そうすると、

$$\Delta A = \frac{\partial A}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial A}{\partial R_2} \Delta R_2 + \frac{\partial A}{\partial D} \Delta D + \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta D_0.$$

ここから独立な変数を5個に戻す。(34)は $\Delta D_0 = -\Delta D_1 - \Delta OS$ であることを示しているから、これを上式の最後の項に代入する。

$$\Delta A = \left(\frac{\partial A}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial A}{\partial R_2} \Delta R_2 + \frac{\partial A}{\partial D} \Delta D - \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta D_1 \right) + \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta OS. \quad (37)$$

となる。5個の独立な変数の変動によって表現されていることが分かる。このようなややこしいことをした理由は後に明らかになる。右辺第1項は明らかにHelmholtz項になっており、第2項はKepler項であることが解かる。後で出てくるが、 ΔA とKepler項が独立に解かることがある。このとき(37)を用いれば複雑なHelmholtz項の大きさは簡単に求まることになる。

さていよいよ Δ に対する表式を与えよう。

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta V - \Delta A \\ &= \Delta OS - \Delta D_2 - \left(\frac{\partial A}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial A}{\partial R_2} \Delta R_2 + \frac{\partial A}{\partial D} \Delta D - \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta D_1 \right) + \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta OS \\ &= \left(1 + \frac{\partial A}{\partial D_0} \right) \Delta OS + \left\{ -\Delta D_2 - \frac{\partial A}{\partial R_1} \Delta R_1 - \frac{\partial A}{\partial R_2} \Delta R_2 - \frac{\partial A}{\partial D} \Delta D + \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta D_1 \right\} \\ &= \Delta \kappa + \Delta_H. \end{aligned} \quad (37)$$

但し第1項を $\Delta \kappa$ 、第2項を Δ_H とおいた。各々Kepler項、Helmholtz項であることはその定義から明らかであろう。なお Δ_H は(37)の関係をを用いると

$$\Delta_H = -\Delta D_2 - \Delta A - \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta OS, \quad (40)$$

とも書ける。この関係がなければ Δ_H はとても評価できない。

V 数値的な結果

ここまで話が進めば後は実際に数値を入れて順応力を求める仕事が残るだけである。2つの場合がある。準順応と順応(正常眼)の場合である。まず話が非常に単純になる前者の場合から考えてみよう。

5-1 準順応の場合

これは水晶体が損傷を受けたため、代わりにガラスのレンズが入っている場合である。ガラスのレンズは変形しない。従って $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta D_1 = \Delta D_2 = \Delta D = 0$ であり、 ΔOS 、即ちレンズの移動のみが順応に効くことになる。即ち $\Delta_H = 0$ 、 $\Delta \kappa \neq 0$ 。話が簡単になるというのはこのことである。それでは各パラメータの値を設定しよう。まず順応によって変化しない部分を次のようにとる。

$$\begin{aligned} n_0 &= 1.34, \quad n = 1.45, \quad n' = 1.33, \\ R_0 &= 8.0\text{mm}, \quad R_1 = (10.0 + 6.0)/2 = 8.0\text{mm}, \\ R_2 &= (6.0 + 5.5)/2 = 5.75\text{mm}, \\ D &= (3.6 + 4.2)/2 = 3.8\text{mm}. \end{aligned} \quad (44)$$

これらは次のようにして決めた。屈折率については生理学の教科書の通りである。また R_0 は変化しないことは先に述べておいた。この値は実測値である。一方Helmholtzのmodel eyeでは非順応から順応状態へ移ると $R_1 = 10.0 \rightarrow 6.0\text{mm}$ 、 $R_2 = 6.0 \rightarrow 5.5\text{mm}$ 、 $D = 3.6 \rightarrow 4.2\text{mm}$ と変化することになっている。(44)の値はこれらの平均値にとっている。そうしたのは適当な距離の所が見えるようにとの思いである。人工的なレンズなのでこれらの値はある程度自由にとれることは勿論であ

る。順応に対して変化するのはOSである。ところが model eye ではOSの代わりにD₀の変化として与えられているので変数をそちらに変える。これは簡単で(34)より、

$$\Delta D_0 + \Delta D_1 + \Delta OS = \Delta D_0 \\ + \Delta OS (\because \Delta D_1 = 0) \rightarrow \Delta OS = -\Delta D_0. \quad (41)$$

だからである。現段階ではΔD₀はいくらか分からない。更に∂A/∂D₀の値を求めなければならないので、次のようにする。

$$\begin{array}{cc} \text{非順応状態} & \text{順応状態} \\ D_0 = 3.6\text{mm} & \rightarrow D_0 = 3.6 + \Delta D_0 \text{mm}. \end{array} \quad (44)'$$

非順応状態でのD₀の値はHelmholtzによる。ΔD₀を種々変えて実測値と合うところを捜そうという訳である。以後の計算は(44), (44)'の値を(22)~(25)へ代入し、M~N', A, a, b等を求め(31)へ代入しY(p)を求めることになる。これらは電卓でやってもやれぬことはないが、ΔD₀を5個程とると1週間はかかることは請け合う。パソコンを利用することをおすすめする。結果は勿論文献1)に与えられている。それを表1に示す。参考の為に表2に生理学の教科書²⁾に出ている年齢による順応力の変化を示す。表1からΔD₀ = -3.0mmならY(p) = 7.19D_i(ジオプトリー)

である。これはほぼ30才代での順応力に相当する。“これは充分な順応力ではないか”というのが文献1)の主張である。しかもレンズの動きはわずか3mmで足りる。従って過去に否定されたKeplerの説は復活されるべきであり、これが準順応の正体であると結論された訳である。またΔD₀ < 0ということはレンズは角膜の方へ動くということであり、これも実際と一致している。但し実際に患者にレンズを埋めこんで順応力を測ると2.0~2.7D_i程度であるらしい。従って表1をみればΔD₀ ~ -1.0mm程度が移動の限度らしい。なお∂A/∂D₀ ~ ΔA/ΔD₀も表1から求められる。これら2つの値は後に使用するので書き出しておこう。

$$\Delta OS (= -\Delta D_0) = 1.0\text{mm}, \\ \frac{\partial A}{\partial D_0} \simeq -0.36. \quad (47)$$

残念なことにKeplerの求めた値、ΔD₀ = -1.0cmはどこにミスがあってそう評価されたのかについては述べられていない。

5-2 正常眼での順応

この場合は複雑になる。総ての効果が効いてくるからである。Helmholtzのmodel eyeはこれに対してつくられたものである。彼の考えたパラメー

表1 準順応における順応力の数値計算の結果。sは本文中では説明しなかったが、Y(p)の逆数で、いわば近点の角膜からの距離を表す。但し遠点=∞の条件で。

ΔOS = -ΔD ₀ (mm)	ΔA (mm)	Δ(mm)	Y(D)	s(cm)
0.2	0.074	0.126	0.47	214.3
0.4	0.147	0.254	0.94	106.5
0.6	0.218	0.382	1.42	70.4
0.8	0.290	0.510	1.89	52.9
1.0	0.358	0.642	2.38	42.0
1.2	0.429	0.771	2.86	35.0
1.4	0.499	0.901	3.34	30.0
2.0	0.709	1.291	4.77	21.0
3.0	1.046	1.951	7.19	13.9

表2 順応力と年齢との関係。文献2)より引用した。

年 令	調節力(D)
10	12
15	10
20	8.5
25	7.6
30	7.0
35	6.0
40	4.5
45	2.5
50	1.5
55	1.0
60	0.5

タの変化をもう一度示そう。但し n_0 , n , n' 及び R_0 については変化はない。

非順応状態	順応状態	変化
$R_1=10.0$	$\rightarrow 6.0$	$\Delta R_1=-4.0\text{mm}$
$R_2=6.0$	$\rightarrow 5.5$	$\Delta R_2=-0.5\text{mm}$
$D=3.6$	$\rightarrow 4.0$	$\Delta D=0.4\text{mm}$
$D_0=3.6$	$\rightarrow 3.2$	$\Delta D_0=-0.4\text{mm}$

$\Delta R_1, \Delta R_2 < 0, \Delta D > 0$ ということは水晶体はより丸つこくなり厚みを増すことを示している。また $\Delta D_0 < 0$ なので準順応の場合と同じく水晶体が角膜の方へ移動することを示している。但しこれには水晶体の脹らみと移動が同時に絡んでるので、0.4mm移動したという訳ではない。計算の仕方は前回と同様である。2つの状態のパラメータを用いて(22)~(25)を計算するのみである。今回は前回と違って順応状態をいくつも考えている訳ではないので、各変数がどんな値になるのかを示しておこう。

非順応状態	順応状態	変化
$M_{\infty}=0.756$	$\rightarrow 0.735$	
$N_{\infty}=5.10$	$\rightarrow 5.04$	
$M'_{\infty}=0.051$	$\rightarrow 0.056$	
$N'_{\infty}=0.653$	$\rightarrow 0.636$	
$A_{\infty}=14.94$	$\rightarrow 13.06$	$\Delta A=-1.88\text{mm}$
$a_{\infty}=6.75$	$\rightarrow 6.86$	
$b_{\infty}=12.91$	$\rightarrow 11.30$	

順応力を求めるには $\Delta = \Delta V - \Delta A$ が必要になる。 ΔA は(49)で既に得られている。問題は ΔV (水晶体後面と網膜間の距離)である。幸いなことにこれは Purkinje-Sanson 像の実験から知られている。 $\Delta V \sim 0$ であるらしい。勿論完全に0ということはないだろうが誤差の範囲内でこう考えてよいだろう。そうすると $\Delta = \Delta V - \Delta A = 1.88\text{mm}$ と求まる。後で使うので大袈裟に書いておこう。

$$\Delta \approx 1.88\text{mm}. \quad (56)$$

(49), (56)を(31)へ代入すれば順応力が求まる。即ち、

$$Y(p) = \frac{1.88}{13.06(6.86+11.3)+1.33 \times 11.3} \text{mm}^{-1} = 7.28D_1. \quad (57)$$

但し D_1 は m^{-1} であり数値はmm単位なので注意。表2からみてもこれは順応力として充分強力である。しかしここで安心してはいけない。というのは Helmholtz のパラメータがそもそもこのような順応力を出すように構成されているからである。問題はこの順応力のうち、Helmholtz 項と Kepler 項がどのようにきいているのかということである。即ち Δ_H と Δ_K を別々に評価しなければならない。

まず Δ_K を評価してみよう。この場合 ΔOS や $\partial A / \partial D_0$ の値は準順応の場合と大差ないと考えることにしよう。というのは2つの効果はほぼ独立に考えることができるからである。従って(47)を用いれば、

$$\Delta_K = \left(1 - \frac{\partial A}{\partial D_0}\right) \Delta OS = (1 - 0.36) \times 1 = 0.64\text{mm}. \quad (67)$$

と評価できる。次に Δ_H へ移ろう。 $OS = V + D_2$ であるから $\Delta OS = \Delta D_2$ ($\because \Delta V \approx 0$)。 $\Delta OS = 1\text{mm}$ としているので $\Delta D_2 = 1\text{mm}$ である。(48)では ΔD が与えられているので、 ΔD_1 も分かる。即ち $D = D_1 + D_2$ であるから、 $\Delta D = \Delta D_1 + \Delta D_2$ 、 $\Delta D = 0.4\text{mm}$ 、 $\Delta D_2 = 1\text{mm}$ であるから $\Delta D_1 = -0.6\text{mm}$ となり、水晶体の前面は順応に際して薄くなっているのが分かる。 Δ_H は(39)で定義されているが $\partial A / \partial R_1$ 等を求めるのは大変である。幸いなことに少し別な形で表現されている。それが(40)である。 ΔD_2 、 ΔA 、 $\partial A / \partial D_0$ 、 ΔOS は既に評価されているので便利である。(49)にこれらの値を代入してみよう。

$$\Delta_H = -\Delta D_2 - \Delta A - \frac{\partial A}{\partial D_0} \Delta OS = -1.0 + 1.88 - (-0.36) \times 1 = 1.24\text{mm}. \quad (66)$$

と無事求めることができた。 $\Delta_H : \Delta_K \approx 2 : 1$ である。これは驚くべき結果であるらしい。というのは従来の説では $\Delta_K \approx 0$ で、 Δ_H のみによる順応が起こっているということだったのだ。ここにも文献1)の主張“Kepler説は復活されるべきだ”がみてとれる。この節の終りに、この説による水晶体の動きをみてみよう。図7がそれである。(a)が比順応状態、(b)が順応状態である。多少大袈裟に書いているのは御許し頂きたい。 $D_0 + D + V$ は勿論一定である。 V も変化しない。 O が前方へ移動した分、水晶体が脹らんで埋め合わせている。

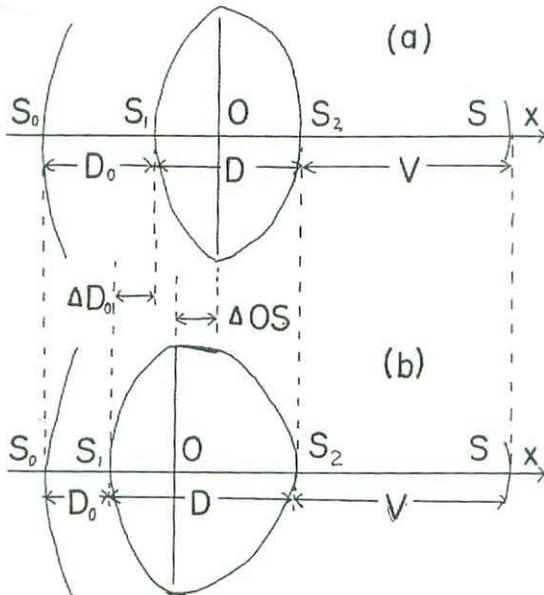


図7 比順応状態、(a)と順応状態、(b)での水晶体の移動と変形の模式図

VI 終わりに

IV節までの式の羅列にはうんざりされたことであろうが、理論というのはこれを乗り越えないと

結局は分からない。物理屋の努力と苦勞を多少とも理解頂ければ幸いである。得られた結果は非常にはっきりしている。即ち遠近順応には水晶体の変形と移動がほぼ同程度 ($\sim 2 : 1$) に有効なのであって、従来の説のように前者のみが本質的なのではないということである。それが分かったきっかけが水晶体の損傷による眼球へのレンズの埋め込みの手術であったというのは一種の皮肉である。このような理解が臨床家にとってどんな意味を有するのか著者には皆目見当がつかないが、事の真実が明らかになったということでも充分であろう。

文献1)ではこの他に Gullstrand のモデルについても評価を行っている。この場合はるかに強力な順応力が得られるが、これは水晶体の変形を大きくとっているのが当然すぎる結論である。本解説ではこれは省略した。他に仮想的(又は虚)順応なる現象も論述されているがこれも本質には関係ないだろう。

最後に心配したことを書いておく。ここに述べたことが眼科の方では周知の事実ではないかという点だが、この論文の発表されているのが日本物理学会論文誌上であり、且つそれが1990年10月なのでその心配は切り捨てた。この小文が臨床の場、あるいは生理学研究での一助になれば幸いである。

参考文献

- 1) S. Yomosa and S. Kamiya: Geometric optical formula on accommodation in human eye, J. Phys. Soc. Jpn. 59(10): pp.3765~3779, 1990.
- 2) 間島英信: “生理学”: 文光堂, 東京, pp.211~219, 1977.
- 3) 文献1)内の文献12)~16)を参照せよ.
- 4) 岡 小天, 大川 章, 斎藤晴男: “物理”: 啓林館, 大阪, 1988.
- 5) 工藤恵栄, 上原富美: “基礎光学”: 現代工学社, 東京, 1990.